

3. 线段的垂直平分线(1)

新民中学 高静静

一、学生知识状况分析

学生对于掌握定理以及定理的证明并不存在多大得困难，这是因为在七年级学习《生活中的轴对称》中学生已经有了一定的基础。

二、教学任务分析

在七年级学生已经对线段的垂直平分线有了初步的认识，本节课将进一步深入探索线段垂直平分线的性质和判定。同时，渗透证明一个图形上的每个点都具有某种性质的方法：只需在图形上任取一点作为代表。本节课目标位：

1. 证明线段垂直平分线的性质定理和判定定理。

2. 经历探索、猜测、证明的过程，进一步发展学生的推理证明能力。丰富对几何图形的认识。

3. 通过小组活动，学会与人合作，并能与他人交流思维的过程和结果

教学重点、难点：

重点是运用几何符号语言证明垂直平分线的性质定理及其逆命题。

难点是垂直平分线的性质定理在实际问题中的运用。

三、教学过程分析

本节课设计了七个教学环节：第一环节：新课导入；第二环节：重、难点讲解；第三环节：巩固知识、扩展提高；第四环节：梳理知识，颗粒收；第五环节：布置作业，强化理解；第六环节：预习导航。

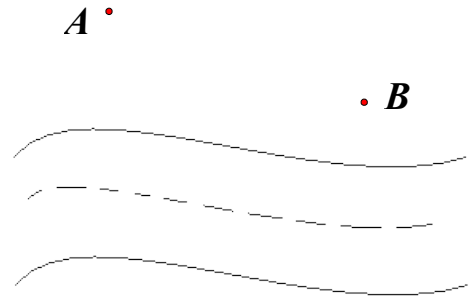
第一环节：新课导入

教师用多媒体演示：

如图，A、B表示两个仓库，要在A、B一侧的河岸边建造一个码头，使它到两个仓库的距离相等，码头应建在什么位置？

其中“到两个仓库的距离相等”，要强调这几个字在题中有很重要的作用。

线段是一个轴对称图形，其中线段的垂直平分线就是它的对称轴。我们用折纸的方法，根据折叠过程中线段重合说明了线段垂直平分线的一个性质：线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等。



所以在这个问题中，要求在“A、B一侧的河岸边建造一个码头，使它到两个仓库的距离相等”利用此性质就能完成。

进一步提问：“你能用公理或学过的定理证明这一结论吗？”

第二环节：重、难点讲解

(一) 教师鼓励学生思考，想办法来解决此问题。

线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等。

通过讨论和思考，引导学生分析把此命题改写成“如果……那么……”的形式，再画出几何图形，写出已知、求证的内容。

已知：如图，直线 $MN \perp AB$ ，垂足是 C ，且 $AC=BC$ ， P 是 MN 上的点。

求证： $PA=PB$ 。

分析：要想证明 $PA=PB$ ，可以考虑包含这两条线段的两个三角形是否全等。

证明：∵ $MN \perp AB$ ，

$$\therefore \angle PCA = \angle PCB = 90^\circ$$

在 $\triangle PCA$ 和 $\triangle PCB$ 中，

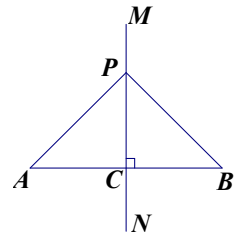
$$\because AC=BC,$$

$$\angle PCA = \angle PCB = 90^\circ$$

$$PC=PC,$$

$$\therefore \triangle PCA \cong \triangle PCB (\text{SAS}) ;$$

$$\therefore PA=PB (\text{全等三角形的对应边相等})$$



教师用多媒体完整演示证明过程，并鼓励学生用其他的方法证明。

(二) 你能写出上面这个定理的逆命题吗?它是真命题吗? 这个命题不是“如果……那么……”的形式,要写出它的逆命题,需分析原命题的条件和结论,将原命题写成“如果……那么……”的形式,逆命题就容易写出.鼓励学生找出原命题的条件和结论.

原命题的条件是“有一个点是线段垂直平分线上的点”.结论是“这个点到线段两个端点的距离相等”.

此时,逆命题就很容易写出来.“如果有一个点到线段两个端点的距离相等,那么这个点在这条线段的垂直平分线上.”

写出逆命题后时,就想到判断它的真假.如果真,则需证明它;如果假,则需用反例说明.

引导学生分析证明过程,有如下几种证法:

证法一:

已知: 线段 AB, 点 P 是平面内一点且 $PA=PB$.

求证: P 点在 AB 的垂直平分线上.

证明: 过点 P 作已知线段 AB 的垂线 PC, 则 PC 是 AB 边上的高线

$$\because PA=PB$$

$$\therefore PC \text{ 也是 AB 边上的中线}$$

$$\therefore AC=BC$$

$$\therefore P \text{ 点在 AB 的垂直平分线上.}$$

证法二: 取 AB 的中点 C, 过 PC 作直线.

$$\because AP=BP, PC=PC, AC=CB,$$

$$\therefore \triangle APC \cong \triangle BPC (SSS).$$

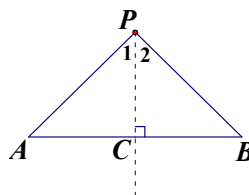
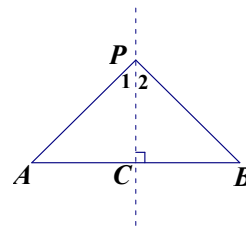
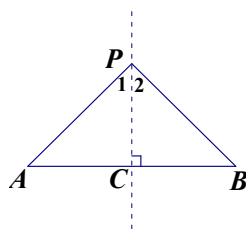
$$\therefore \angle PCA = \angle PCB (\text{全等三角形的对应角相等}).$$

$$\text{又} \because \angle PCA + \angle PCB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle PCA = \angle PCB = 90^\circ, \text{ 即 } PC \perp AB$$

$$\therefore P \text{ 点在 AB 的垂直平分线上.}$$

证法三: 过 P 点作 $\angle APB$ 的角平分线.



$\because AP=BP, \angle 1=\angle 2, PC=PC,$

$\triangle APC \cong \triangle BPC (SAS).$

$\therefore AC=BC, \angle PCA=\angle PCB$ (全等三角形的对应角相等, 对应边相等).

又 $\because \angle PCA+\angle PCB=180^\circ \therefore \angle PCA=\angle PCB=90^\circ$

$\therefore P$ 点在线段 AB 的垂直平分线上.

从同学们的推理证明过程可知线段垂直平分线的性质定理的逆命题是真命题, 我们把它称做线段垂直平分线的判定定理.

第三环节: 巩固知识、扩展提高

在做完性质定理和判定定理的证明以后, 引导学生进行总结: (1) 线段的垂直平分线可以看成是到线段两个端点距离相等的所有点的集合.

(2) 到一条线段两个端点的距离相等个点在这条线段的垂直平分线上. 因此只需做出这样的两个点即可做出线段的垂直平分线.

1. 如图所示, 已知直线 MN 是线段 AB 的垂直平分线, 垂足为 D , 点 P 是 MN 上一点, 若 $AB=10$ cm, 则 $BD=$ _____ cm; 若 $PA=10$ cm, 则 $PB=$ _____ cm.

2、已知: 如图 1-18, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, O 是 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $OB = OC$.

求证: 直线 AO 垂直平分线段 BC 。

证明: $\because AB = AC,$

\therefore 点 A 在线段 BC 的垂直平分线上 (到一条线段两个端点距离相等的点, 在这条线段的垂直平分线上)。

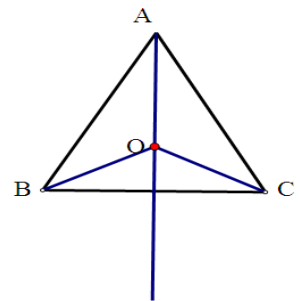
同理, 点 O 在线段 BC 的垂直平分线上.

\therefore 直线 AO 是线段 BC 的垂直平分线 (两点确定一条直线)。

学生是第一次证明一条直线是已知线段的垂直平分线, 因此老师要引导学生理清证明的思路和方法并给出完整的证明过程.

第四环节: 梳理知识, 颗粒收

通过这节课的学习你有哪些新的收获?



还有哪些困惑？

第五环节：布置作业，强化理解

课本 P23 习题 1.7 第 1 题

第六环节：预习导航

已知等腰三角形的底边及底边上的高，你能用尺规作出等腰三角形吗？如果能，能作几个？所作出的三角形都全等吗？

四、教学反思

在这一节中，我们作为老师要善于引导学生从问题出发，根据观察、实验的结果，先得出猜想，然后再进行证明，要求学生掌握证明的基本要求和方法，注意数学猜想方法的强化和渗透。